

**ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА БЕГУЩЕГО СЧЕТА ДЛЯ  
ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУННЕЛИРОВАНИЯ  
ЭЛЕКТРОНА ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР**

*А.И. Михайлов, А.В. Митин, Д.У. Рахманов*

(г. Саратов, Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,  
MikhailovAI@info.sgu.ru, Mitin\_AV@mail.ru, RahmanovDU@gmail.com)

**THE FEATURES OF APPLICATION OF RUNNING COMPUTATION ALGORITHM  
FOR NUMERICAL ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRON  
TUNNELING THROUGH A POTENTIAL BARRIER**

*A.I. Mikhailov, A.V. Mitin, D.U. Rakhmanov*

Возросший в последнее десятилетие интерес к исследованиям туннелирования электронов через тонкие потенциальные барьеры обусловлен актуальными проблемами нанотехнологий и наноэлектроники и возможностью создания на этой основе принципиально новых электронных приборов и устройств – лазеров с квантовыми ямами и точками, фотоприемников на квантовых ямах, лавинных фотодиодов, резонансно-туннельных транзисторов на квантовых точках, одноэлектронных транзисторов и др. [1]. Математическое описание туннелирования электронов через потенциальный барьер базируется на решении уравнения Шредингера, которое представляет собой дифференциальное уравнение с частными производными второго порядка. В большинстве известных случаев при решении задача сводится к стационарному обыкновенному дифференциальному уравнению с производной второго порядка по одной пространственной независимой переменной, дополненному соответствующими граничными условиями и условиями сшивания.

Аналитические решения для таких задач могут быть получены лишь для ограниченного числа вариантов формы потенциальных барьеров. Известное и широко применяемое приближение Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна [2] имеет ограничения и не позволяет достигать удовлетворительной точности во многих интересных для практики случаях. В связи с этим весьма актуальным является развитие эффективных методов численного моделирования туннельного транспорта электронов через потенциальные барьеры произвольной формы.

Целью настоящей работы являлось исследование особенностей применения алгоритма бегущего счета для численного анализа математической модели туннелирования электронов через потенциальный барьер.

Для решения задачи использовался метод бегущего счета [3], являющийся наиболее распространенным и простым. Для бегущего счета необходимо задавать граничные условия и соблюдать выполнение условий сшивания, поскольку решения в области вне барьера представляют собой волновые решения, а в области барьера – суперпозицию гиперболических решений.

Постановка граничных условий для решения уравнения Шредингера в задаче о туннельном транспорте через потенциальный барьер произвольной формы с использованием алгоритма бегущего счета сопряжена с рядом проблем, возникающих при численном решении дифференциальных уравнений. Поэтому исследование особенностей применения алгоритма бегущего счета проводилось поэтапно и заключалось в настройке, адаптации и тестировании граничных условий для барьеров прямоугольной и треугольной формы, а также тестирование разработанного алгоритма для двухбарьерной структуры.

В ходе численных экспериментов установлено, что при решении задачи о туннелировании с использованием алгоритма бегущего счета граничные условия для прямоугольного барьера целесообразно задавать следующим образом: значение волновой функции в первой точке интегрирования слева от барьера выбирается равным единице, а значение волновой функции во второй точке выбирается из условия обеспечения максимума волновой функции на правой границе барьера. Для треугольного барьера значение волновой функции в первой точке выбирается равным единице, а значение волновой функции во второй точке выбирается из условия обеспечения максимума волновой функции в той точке, где энергия барьера становится равной энергии электрона справа от барьера.

Проведенное в работе тестирование разработанного алгоритма на примере решения задачи о туннелировании через двухбарьерную структуру показало качественное совпадение результатов моделирования с известными литературными данными [4].

### Литература

1. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридичин. Основы нанoeлектроники: Учебное пособие. Новосибирск: Издательство НГТУ, 2000. 332 с.
2. В.П. Маслов, М.В. Федорюк. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. М.: Наука, 1976. 296 с.
3. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 304 с.
4. Petersen Rene. Theoretical Investigation of the Resonant Tunneling Phenomena and its Applications in Resonant Tunneling Diodes // Aalborg University, Faculty of Engineering and Science Institute of Physics and Nanotechnology // Mini-project, 2007. 20 p.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕКОМБИНАЦИОННЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ ТОКА В ДЛИННЫХ ВЫСОКООМНЫХ СТРУКТУРАХ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛЬНОЙ ЗАСВЕТКИ

*А.И. Михайлов, А.В. Митин, А.И. Терентьева*

(г. Саратов, ФГБОУ Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, MikhailovAI@info.sgu.ru, Mitin\_AV@mail.ru, Terenteva\_A\_I@mail.ru)

## THE MATHEMATICAL MODELING OF RECOMBINATION CURRENT INSTABILITIES IN LONG HIGH-RESISTIVITY GALLIUM ARSENIDE STRUCTURES UNDER LOCAL LIGHT ACTION

*A.I. Mikhailov, A.V. Mitin, A.I. Terenteva*

В ходе экспериментальных исследований [1] было установлено, что в длинных высокоомных планарно-эпитаксиальных структурах на основе арсенида галлия возможно наблюдение отрицательной дифференциальной проводимости и соответствующих низкочастотных осцилляций тока, возникновение которых может быть объяснено физическим механизмом развития в структуре рекомбинационных неустойчивостей тока, обусловленных зависящим от поля захватом свободных носителей заряда глубокими примесными центрами.

Численные эксперименты, проведенные в [2], показали, что в длинных высокоомных структурах  $n^+ - n^- - n - n^+ - GaAs$  с длиной активной области 500 мкм при концентрации глубоких примесных центров в диапазоне от  $6 \cdot 10^{14}$  до  $9 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  развивается рекомбинационная неустойчивость тока, характеризующаяся периодическим формированием вблизи катода ( $t_1$ ), движением через активную область ( $t_2$ ) и уходом в анод (исчезновением) ( $t_3$ ) медленных доменов сильного электрического поля (рис. 1), сопровождающаяся возникновением низкочастотных колебаний тока (рис. 2).

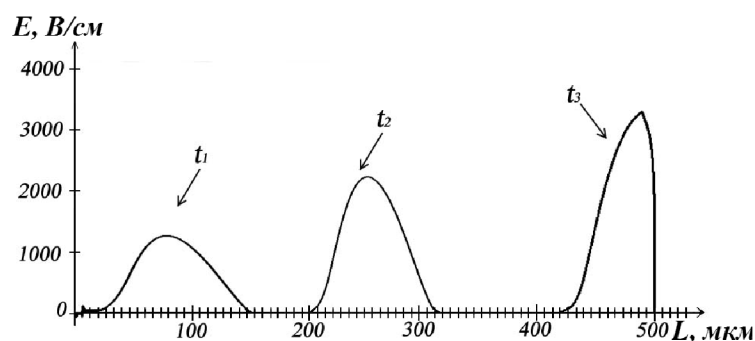


Рис. 1

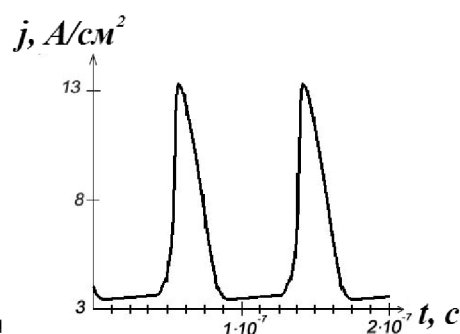


Рис. 2